

เอกสารประกอบการเรียน: วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค22101)

ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1: เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560)

1. ความสำคัญและบทนิยามของเลขยกกำลัง

เลขยกกำลังไม่ใช่เพียงแค่การเขียนตัวเลขในรูปย่อเท่านั้น แต่เป็นเครื่องมือสำคัญในทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี เช่น การคำนวณระยะทางระหว่างดวงดาว หรือการคำนวณการเติบโตของแบคทีเรีย

บทนิยาม 1 (พื้นฐาน): เมื่อ a เป็นจำนวนใดๆ และ n เป็นจำนวนเต็มบวก

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{\text{(คูณกัน } n \text{ ตัว)}}$$

- a คือ ฐาน (Base): จำนวนที่นำมาคูณซ้ำ
- n คือ เลขชี้กำลัง (Exponent): จำนวนครั้งที่ฐานคูณกัน

บทนิยาม 2 (กรณีพิเศษที่ควรเข้าใจ):

1. เลขชี้กำลังเป็นศูนย์: $a^0 = 1$ เมื่อ $a \neq 0$

- ที่มา: พิจารณาจากรูปแบบการหาร $\frac{a^n}{a^n} = 1$ และใช้สมบัติการหารจะได้ $a^{n-n} = a^0$ ดังนั้น a^0 จึงมีค่าเท่ากับ 1

2. เลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มลบ: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ เมื่อ $a \neq 0$

- ความหมาย: การมีเลขชี้กำลังเป็นลบหมายถึง "ส่วนกลับ" ของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นบวก

2. เจาะลึกสมบัติของเลขยกกำลัง

การคำนวณเลขยกกำลังจะง่ายขึ้นหากเราเข้าใจสมบัติพื้นฐาน 5 ข้อ ดังนี้:

สมบัติ	รูปแบบทั่วไป	คำอธิบายและเทคนิค
1. การคูณ	$a^m \times a^n = a^{m+n}$	ฐานเหมือนกันคูณกัน ให้นำเลขชี้กำลังมา บวก กัน
2. การหาร	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	ฐานเหมือนกันหารกัน ให้นำเลขชี้กำลังมา ลบ กัน
3. กำลังซ้อน	$(a^m)^n = a^{m \times n}$	เลขยกกำลังที่ถูกยกกำลังซ้ำ ให้นำเลขชี้กำลังมา คูณ กัน
4. กระจายผลคูณ	$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$	เลขชี้กำลังนอกวงเล็บ สามารถกระจายเข้าไปในตัวคูณได้ ทุกตัว
5. กระจายผลหาร	$(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$	เลขชี้กำลังนอกวงเล็บ สามารถกระจายไปได้ทั้งตัวเศษ และตัวส่วน

ข้อควรระวัง: สมบัติเหล่านี้ใช้ได้เฉพาะเมื่อฐาน "เหมือนกัน" เท่านั้น และใช้กับการคูณหรือหาร ไม่สามารถ กระจายเลขชี้กำลังเข้าไปในการบวกหรือการลบได้ เช่น $(a+b)^n \neq a^n + b^n$

3. สัญกรณ์วิทยาศาสตร์ (Scientific Notation)

ใช้สำหรับเขียนจำนวนที่มีค่ามหาศาล (เช่น มวลของโลก) หรือค่าที่น้อยมาก (เช่น ขนาดของอะตอม)

รูปแบบ: $A \times 10^n$ โดยที่ $1 \leq A < 10$ และ n เป็นจำนวนเต็ม

หลักการเลื่อนจุดทศนิยม:

- ค่ามาก (n เป็นบวก): เลื่อนจุดไปทาง ซ้าย จนเหลือตัวเลขหน้าจุดเพียงตัวเดียว
 - $560,000 = 5.6 \times 10^5$
- ค่าน้อย (n เป็นลบ): เลื่อนจุดไปทาง ขวา จนผ่านตัวเลขที่ไม่ใช่ศูนย์ตัวแรก
 - $0.000042 = 4.2 \times 10^{-5}$

4. ตัวอย่างการแก้โจทย์ปัญหาเชิงลึก

โจทย์ตัวอย่างที่ 1: การลดรูปเลขยกกำลัง จงทำ $\frac{(3^2 \cdot 2^{-3})^2 \cdot 3^{-1} \cdot 2^4}{}$ ให้เป็นรูปอย่างง่ายและมีเลขชี้กำลังเป็นบวก

วิธีทำ:

- กระจายกำลัง 2 เข้าไปในวงเล็บเศษ: $(3^2)^2 \cdot (2^{-3})^2 = 3^4 \cdot 2^{-6}$
- รวมกลุ่มฐานที่เหมือนกัน:
 - ฐาน 3: $\frac{3^4 \cdot 3^{-1}}{}$ $= 3^{4 - (-1)} = 3^5$
 - ฐาน 2: $\frac{2^{-6} \cdot 2^4}{}$ $= 2^{-6 - 4} = 2^{-10}$
- เขียนผลลัพธ์ในรูปเลขชี้กำลังที่เป็นบวก: $3^5 \cdot \frac{1}{2^{10}} = \frac{3^5}{2^{10}}$ ตอบ: $\frac{3^5}{2^{10}}$

โจทย์ตัวอย่างที่ 2: โจทย์ประยุกต์ชีวิตจริง ถังน้ำทรงลูกบาศก์มีความยาวด้านละ 2.5×10^2 เซนติเมตร ถังนี้จะจุน้ำได้กี่ลูกบาศก์เซนติเมตร?

วิธีทำ:

- สูตรปริมาตรลูกบาศก์ = ด้าน^3
- แทนค่า: $(2.5 \times 10^2)^3$
- กระจายกำลัง 3: $2.5^3 \times (10^2)^3$
- คำนวณ: 15.625×10^6
- ปรับให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์: $1.5625 \times 10^1 \times 10^6 = 1.5625 \times 10^7$ ตอบ: 1.5625×10^7 ลูกบาศก์เซนติเมตร

แบบฝึกหัดทบทวนทักษะ

ระดับพื้นฐาน: จงหาผลลัพธ์ในรูปเลขยกกำลัง

- $5^4 \times 5^{-2} \times 5^3$

2. $(a^3b^{-2})^4 \div (a^{-1}b^2)$

ระดับประยุกต์: สัญกรณ์วิทยาศาสตร์ 3. โลกอยู่ห่างจากดวงจันทร์ประมาณ $384,400$ กิโลเมตร จงเขียนในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ 4. อะตอมของไฮโดรเจนมีรัศมีประมาณ 0.00000000053 เมตร จงเขียนในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

ระดับวิเคราะห์: โจทย์ปัญหา 5. หากคอมพิวเตอร์ประมวลผลได้ 4×10^9 คำสั่งต่อวินาที ในเวลา 1 ชั่วโมง (3.6×10^3 วินาที) คอมพิวเตอร์เครื่องนี้จะประมวลผลได้กี่คำสั่ง (ตอบในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์)